



مَبَادِيءُ  
المَعَادِلَاتِ التَّفَاضُلِيَّةِ  
وَتَطْبِيقَاتِهَا

مَسَاقِ مَوْجِزٍ  
تَأَلِيفِ

وَلِيُورِ . دِيرِكِ  
وَسْتَانِي غِرُوسْمَانِ



٧٧٧٥٠  
١٩٧٦ - ١٩٧٧  
٣٨١٢

# مبادئ المعادلات التفاضلية

وتطبيقاتها

مساق موجز

تأليف

وليور. ديرك و ستانلي غروسمان

ترجمة

د. أحمد سليو سعيدان

راجعه علمياً: الدكتور محمد عرفات النتشه

أشرف عليه: السيد كمال عوض الله

ما زالت المعادلات التفاضلية، من عهد نيوتن، تحتل مكانة أساسية في دراسة التحليل الرياضي وتطبيقاته؛ ذلك أنها وسيلة حاسمة لتفهم العلوم الفيزيائية. ولقد امتدت أهميتها مؤخرا إلى حقول العلوم البيولوجية والاجتماعية. ولقد صدق من قال أن لا شيء يدوم إلا التغيير: فالمعلومات المستجدة عن نظرية المعادلات التفاضلية وتطبيقاتها في الحقول العلمية، في تزايد مستمر، ومن ثم فإن أهميتها في الدراسة الجامعية تتزايد.

ولقد استهدفنا من وضع هذا الكتاب تحقيق غايات ثلاث:

١. أن نساعد الطالب على استيعاب طبيعة المعادلات التفاضلية، ومعادلات

الفروق، ودلالاتها؛

٢. أن نتيح له الوسائل العددية اللازمة لحل مسائل تستعصي على الطرق

المباشرة؛

٣. ان نضع أمامه وفرة من الامثلة والمسائل ، مستمدة من العلوم البيولوجية والاجتماعية ، بالإضافة الى العلوم الفيزيائية . وقد أخذنا التطبيقات من حقول الكيمياء ، والهندسة الكيميائية ، وتلوث الهواء ، والوراثة ، والحركة السكانية ، وألعاب الحظ ، بالإضافة الى المسائل التقليدية عن الدوائر الكهربائية والميكانيكا .

ولأن الطلاب الذين يلتحقون بمساق أولي في المعادلات التفاضلية يكونون ، غالبا ، غير مؤهلين لمعالجة الموضوع معالجة رصينة ، لذلك استبعدنا الموضوعات التي تحتاج الى دراية في علم الحسبان فوق ما يتأتى عادة لطالب السنة الاولى . ولقد توخينا ان نجعل الكتاب سهل المآخذ : بالأكثر من الأمثلة ، وبإيجاز خطوات الحل ، كيلا يقع الطالب في حبال عمليات حسابية معقدة .

ان علماء اليوم يجدون تحت متناول يدهم حاسبة الكتر ونية سريعة الاستجابة ، حتى المسائل التي كانت في الماضي مستعصية نجد لها اليوم بسهولة حلولا تقريبية مرضية ، بطرق عددية أساسية . وفي رأينا ان هذه الطرق يجب ان توضع تحت يد الطالب ، في مرحلة مبكرة من حياته الدراسية ، شريطة ان يعرف ما لهذه الحلول من حدود ، كيلا يعتمد على الحاسبة أكثر مما ينبغي .

لذلك جعلنا في هذا الكتاب ما يلي :

أ) فصلا أوليا يعطي الطالب الأسس الكافية للبرمجة بأشهر لغتين من لغات الحاسبة :

فورتران FORTRAN ، واللغة الأساسية BASIC .

ب) فصلا في الحلول العددية للمعادلات التفاضلية العادية ، فيه تفصيل للحلول وحدودها ، وبرامج نموذجية لحلها بالحاسبة الالكتر ونية .

وان معادلات الفروق ، كالمعادلات التفاضلية ، تتزايد أهميتها في هذه الايام ، لتطبيقاتها الواسعة في حقول العلوم البيولوجية والعلوم الاجتماعية . ودور معادلات

الفروق في هذه الحقول هو، على الغالب، الأهم، لأن المعطيات هنا كثيرا ما تقتصر على قيم واضحة التفاوت؛ والمسائل التي تطرحها العمليات البيولوجية المعقدة، والعلاقات الاقتصادية المتداخلة، تفضي بطبيعتها الى قوالب كالبنيان الكبير يقسم عادة الى حجرات. ولقد جئنا بعدد من المسائل من هذه الحقول وبيحث موجز عن تحليل الحجرات.

ان الفصول الثلاثة الأولى في الكتاب تبحث في طرق حل المعادلات التفاضلية الابتدائية. وبيحث البند ٢ - ٦ والفصل الرابع في ما يقابلها من معادلات الفروق. فاذا ضاق الوقت يمكن اهمال هذين دون أن يؤثر ذلك على سياق البحث. وفي الفصلين الخامس والسادس بحث مفصل في متسلسلات القوى، ومنتحولات لابلاس، واستخدامها في حل المعادلات التفاضلية العادية. وفي الفصل السادس بحث موجز عن استعمال محولات لابلاس في حل معادلات الفروق. وفي الفصل السابع، نبحت في منظومات المعادلات التفاضلية، على نحو لا يستدعي معرفة بنظرية المصفوفات.

وفي الفصل الثامن نبحت في طرق عددية شتى (ذوات خطوة واحدة او خطوات عدة) مما يستعمل في تقريب الحلول للمعادلات التفاضلية. وهو يحتوي على بحوث في اخطاء التدوير وفي مخادعة الأعداد، وفي سرعة التقارب في الطرق المختلفة.

وفي الملحق ٥ نبحت في النظريات الأساسية لموجودية الحل ووحدايته، في المسائل ذات القيم الابتدائية، وهذا يقيم التبرير النظري لكثير من مادة الكتاب وفي تدريس هذا الكتاب يمكن ان تتبع مسارات مختلفة. والجدول التالي يبين كيف تعتمد فصول الكتاب بعضها على بعض. وتشير الأقواس الى بنود معينة من الفصول، والى الفصول التي تعتمد عليها هذه البنود:



## تصدير المترجم

هذا كتاب آخر نقدمه الى المكتبة العربية، في حملة مجمع اللغة العربية الأردني، لتعريب التعليم الجامعي، بخاصة، وتعريب الفكر العلمي بوجه عام. وإنه ليسعدني أن أقوم بهذا الجهد بعد ان شاركت في ترجمة كتاب سوكوفسكي في التفاضل والتكامل، ذلك الكتاب الذي انتشر واستقبله الطلاب والاساتذة خير استقبال.

وقد اخترنا هذا الكتاب من بين العديد من الكتب التي تبحث في المعادلات التفاضلية العادية، لأنه يعرض المادة على نحو متطور يأخذ بعين الاعتبار الاتجاهات الحديثة في الموضوع التي يملئها التقدم العلمي، ولأننا نوسمنا أن يكون هذا الكتاب ملائماً لطلابنا في عهدهم الجديد إذ بدرسون بلغتهم فيستوعبون بسهولة ويسر ما ليس يستوعبون في غير لغتهم الا بمشقة وعناء. يكفي الطالب أنه يتعلم المعادلات التفاضلية العادية مما قد يكون بشهادة الكثيرين، خير كتاب في موضوعه وصل الى العالم العربي.

ولقد راعيت في الترجمة نقل كل أفكار المؤلف وإيحاءاته، نقلا صادقا. وإن أكن خالفته ففي مواضع قليلة محدودة، في الإخراج، إذ جزأت بعض الفقرات، حيث رأيت التجزئة أدعى للانتباه.

وفي ترجمة المصطلحات العلمية تقيدت، على الغالب، بما تم الاتفاق عليه في مؤتمرات التعريب، وبما سبق أن استعملناه في كتاب حساب التفاضل والتكامل. وأما المصطلحات التي لم أجد لها مقابلا مناسباً في معاجم الرياضيات أو العلوم، فقد اجتهدت في وضع مقابلات لها، مؤثرا الترجمة على التعريب، مسترشدا بالمنهجية التي أقرها مؤتمر التعريب في الرباط.

ولكن لم يغيب عن بالي أننا في هذه المرحلة من حملتنا في تعريب الفكر العلمي، ما نزال نقوم بعمل رائد، قد يكتنفه الخطأ، لأننا نسير في طريق غير معبّد. لذا ألقيت أذنا واعية لكل اعتراض أو تعليق وصل إلى مسامعي من الزملاء الكرام عن ترجمة كتاب التفاضل والتكامل. ولقد وزنت كل هذه الاعتراضات والتعليقات. فأخذت بما رآه الزملاء في حالات، وتشبّث بمخالفتي لهم في حالات أخرى، وأنا فيما أخذت به أكثر قناعة بوجهة نظرهم، وفيما خالفته أكثر إيمانا بأن أقرب منهم إلى الصواب.

ولعل أهم ما نزلت به على رأي الزملاء الناقدین ثلاثة أمور:

أولها: ان استعمال جاز، جتاز، طاز، الخ، مقابل  $\sinh$ ,  $\cosh$ ,  $\tanh$ , etc على التوالي، لا يخلو من لبس، ذلك ان جاز مثلا قد تؤخذ على انها ترمز الى جيب الزاوية  $z$ . ولذا فقد غيرت رموز النسب المثلثية الزائدية الى جز، جتز، الخ.

أما الرأي القائل بأن أخذ الرموز جب، تجب الخ فلم أجد له مبررا قويا، لا سيما وان جا، جتا، الخ مـ عملة في أكثر العالم العربي من مطلع النهضة العربية الحديثة.

ثانيا: ان استعمال لط مقابل للرمز الأوروبي  $\ln$ ، للدلالة على اللوغرثم الطبيعي،



لا يستسيغه الذوق العربي، ولا ترتاح اليه الأذن. لم يسعني إلا ان أوافق على ذلك، ولكني لم أوافق على استعمال الرمز لن، وفضلت عليه الرمز لي وهو يوحى باللوغرثم للأساس  $\theta$ . وإني أرى أن لي رمز لطيف مميز، وأرجو أن يقبله الاساتذة والطلاب قبولاً حسناً.

ثالثاً: لقد ساهمت مع الفريق القومي الأردني لتطوير الرياضيات في وضع كلمة اقتران، مقابلاً لكلمة function، ولقد شاركت في الدفاع عن هذه الكلمة في مؤتمر التعريب، حتى أُقِرَّت، ولقد شعرت يومها بأن «الدالة» قد مضت الى غير رجعة. ولكن هذا ما لم يحصل. ان الزملاء في أقطار العالم العربي يستعملون «الاقتران»، على مضمض أحياناً، وان «الدالة» ما تزال تستعمل، وان تكن قد بدأت تغير مدلولها القديم. وإني قد رأيت الانصياع الى الرأي العام في ترجمتي هذه فأبقيت «الاقتران» مقابلاً لكلمة function، واستعملت «التابع» مقابلاً للاصطلاح dependent function، واستعملت أيضاً «الدالة» إشارة الى صورة المتغير المستقل في الاقتران. ففي المعادلة ق (س) = س<sup>2</sup> أسمى ق (س) أحياناً بالدالة.

ولقد أتيت لي بعد الفراغ من ترجمتي هذه أن ألتقي بزملاء من بلد عربي شقيق فلقيتهم يستعملون الدالة مقابلاً لكلمة function ويستعملون الاقتران مقابل functor.

وهذا كله دليل حركة وحياة وتطور، والزمن وحده هو الذي سيكون الحكم الفصل في أي هذه الاتجاهات سيبقى.

وكل ما أرجوه الا يضيق القاريء ذرعاً بتغير المصطلحات. ففي عصر التفجر العلمي لا بد من هذا التغير، وربما كانت الكتب الأوروبية شاهداً على ما أقول. فهي تختلف في بعض مصطلحاتها ورموزها اكثر مما تختلف الكتب العربية.

وربما كان أهم ما خالفت فيه آراء بعض الإمام هو تمسكي بكتابة الرموز والمعادلات:

كما تكتب العربية، من اليمين الى اليسار. لقد أخذتُ بجميع الحروف اليونانية، واستعملت الحروف اللاتينية ذات القيمة الثابتة عالمياً، مثل  $\theta$ ،  $\alpha$ . ولكنني استعملت هذه الحروف الدخيلة في بيئة عربية، وفي معادلات ومتباينات واقترانات تمضي كتابتها من اليمين الى اليسار، لا حفاظاً على طابع العربية فحسب، بل حرصاً على مصلحة الطالب، فأنا معلم، وأعرف التجربة كم يعاني الطالب من تشتت في الفكر، واضطراب في الصور الذهنية، عندما تتقاذف ناظره العبارات، من اليمين تارة، ومن اليسار تارة أخرى.

وفي آخر الكتاب ثبت بالمصطلحات والرموز الواردة فيه، وأشير هنا بصورة خاصة الى حالات قد يبدو فيها تناقض أو عدم إنسجام:

فأنا أترجم **continuous** بكلمة «متصل» أو «مستمر»، ولكل من الكلمتين حدودها ونقائضها، وكلاهما لا تعطي جميع المفاهيم الرياضية المعينة، ولا ضرر في ذلك، فالمصطلح علمي يلزم ان يطابق معناه اللغوي الدارج دلالاته العلمية. ولقد رأيت استعمال لفظي الاتصال والاستمرار، لأن كلا منهما لها موضعها الذي هي فيه أنسب.

وأنا أترجم **independent variable** بعبارة «متغير مستقل»، وأترجم **linearly dependent variable** بعبارة «تابع»، وأترجم **variable** بعبارة «متغيرات مترابطة خطياً». فليعذرني القاريء: ان العربية هنا أوضح وأدق من الانكليزية، فلا ينبغي أن تكون لغة الاصل قيداً. مثل هذا أقول في ترجمة **system** بكلمتي «نظام» و«منظومة»، وفي كلمات قليلة غيرها.

واني لأرجو أن يسد هذا الجهد فراغا في المكتبة العربية، وإنه ليسرني أن أتلقى

من القراء كل ما يعنُّ لهم من ملاحظات وآراء حول الكتاب وترجمته.

والله من وراء القصد

أحمد سعيدان

١٩٨١/٤/٢٥